





- Toupie
- Roue de vélo en rotation
- Roue de moto
- Pendule en rotation

Mécanique | 2013 7

Bonjour, bienvenue au cours de physique générale de l'EPFL. Dans cette leçon, je traite la mécanique d'un solide dans un mouvement général et ici, j'aimerais voir, comment on peut conduire une analyse qualitative, en appliquant, les principes de base de la dynamique du solide indéformable. On va regarder le problème de la précession de la toupie; on va regarder, comment, on peut trouver les moments de force qu'il faut exercer sur l'axe d'une roue de vélo, si on veut faire tourner la roue de vélo autour de soi; on va regarder pourquoi une moto se penche dans un virage, si on ne fait pas attention; et on regardera enfin, le problème d'un pendule physique en rotation. Je commence avec la toupie.

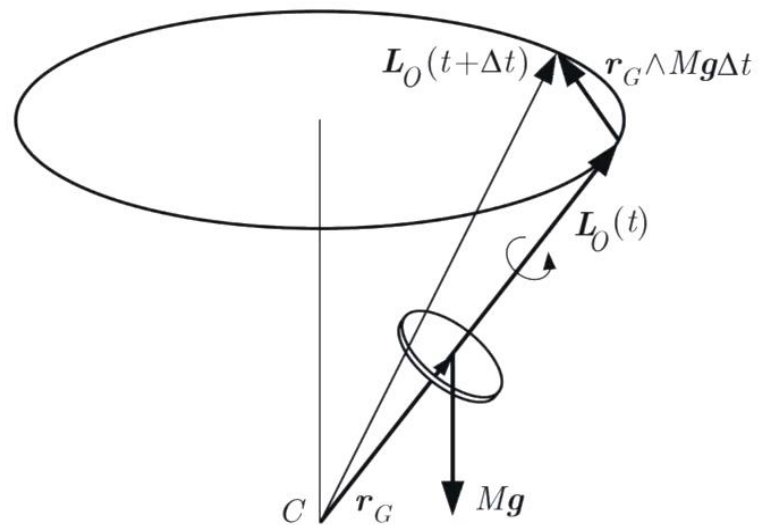
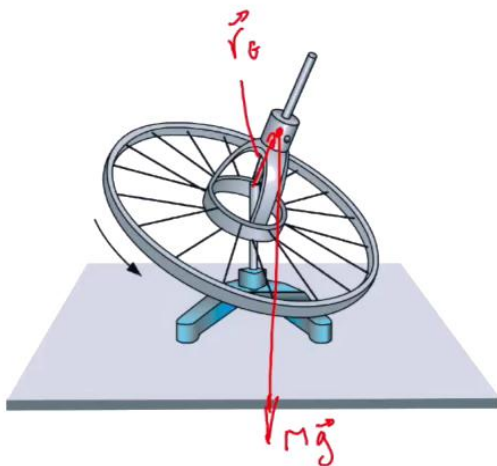
Notes

Summary



0m 03s

$$\frac{d\mathbf{L}_O}{dt} = \mathbf{M}_O^{ext}$$



Mécanique | 2013 10

Avec ce dispositif, qu'on a vu sur les vidéos d'expériences, j'ai ici, un point fixe, que je pourrais appeler O, et donc je peux appliquer le théorème du moment cinétique en O. Maintenant, ce théorème-là, j'en déduis la chose suivante, c'est que, pendant un temps  $dt$ , il y a un moment qui s'exerce, qui fait évoluer  $L_O$ . J'ai donc  $L_O$ , de  $t$  plus  $dt$ , qui est égal à  $L_O$  de  $t$ , plus  $M_O^{ext}$ , fois  $dt$ . Et je vais utiliser cette relation-là maintenant, pour faire un croquis de ce qui se passe et montrer que l'axe de ma toupie, fait une précession. Alors, voilà un schéma, où je dessine symboliquement ma toupie, j'ai  $L_O$  de  $t$ , j'imagine que la toupie tourne, règle de la main droite comme ceci, pour que le  $L_O$  soit vers le haut. Maintenant, le centre de masse de cette toupie est en-dessus du point d'appui. Donc je peux, on l'a vu, faire comme si toute la masse était concentrée au centre de masse pour calculer l'effet de la pesanteur; et on a donc, un  $R_G$  qui est comme ceci.  $R_G$  et  $Mg$ , sont dans un plan vertical,  $R_G$  croise  $Mg$  sera horizontal, et, définit de combien  $L$  évolue, donc on a ici  $L$  de 0 de  $t$  plus  $\Delta t$ , étant donné  $L_0$  de  $t$ , et puis on a le couple  $R$  croise  $Mg$  qui agit pendant le temps  $\Delta t$ . Donc, on voit de façon qualitative que cette équation du mouvement, implique ce mouvement de précession.

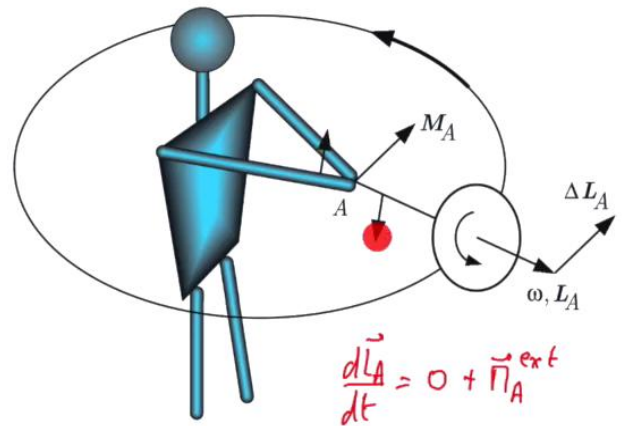
Notes

Summary



0m 56s

# Changer la direction de l'axe de rotation propre



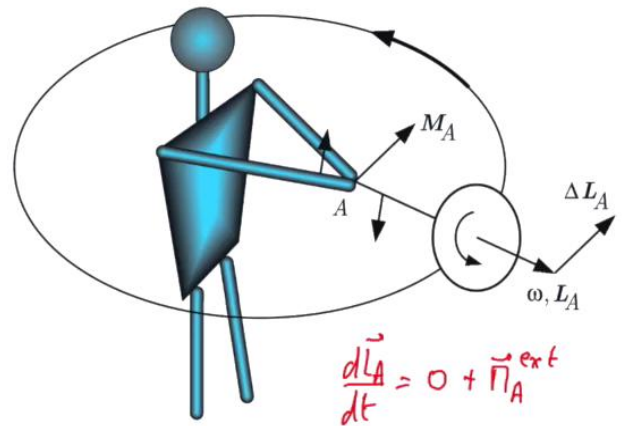
Comme deuxième exemple, je propose de regarder qu'est-ce qui se passe, qu'est-ce qu'on ressent quand on porte une roue de vélo symbolisée comme ceci, qui tourne de manière à avoir le moment cinétique dirigé vers l'extérieur, et ce que le porteur veut faire, c'est réorienter cet axe, dans cette direction-là. Ce qu'on ressent c'est un couple de force dans la main. Comment est-ce qu'on comprend cela? Bien, on va appliquer la règle qui dit  $d$  de  $L_A$ , sur  $dt$ , égal un terme qui est en  $V_A$  croise  $V$  de  $G$ , mais  $V_A$  et  $V$  de  $G$ , quand on imposera ce mouvement, comme indiqué ici,  $V_A$  et  $V$  de  $G$  seront parallèles, donc le premier terme de cette formule sera 0, et il nous restera  $M_A$ ; extérieur. On a donc,  $d$  de  $L_A$  qui vaut  $M_A$  fois  $dt$ . Maintenant, si, ce porteur réoriente la roue dans cette direction-là, on a, un  $\Delta L_A$ , comme ceci. Et avec cette loi-là, on voit qu'on doit avoir un  $M_A$  dans cette direction-là; donc on a un  $M_A$  comme ça. Ce moment  $M_A$ , c'est le moment qu'il faut appliquer à la roue. Ce moment-là, je peux l'implémenter par un couple de forces indiquées ici.

Notes

Summary



# Changer la direction de l'axe de rotation propre



Mécanique | 2013 11

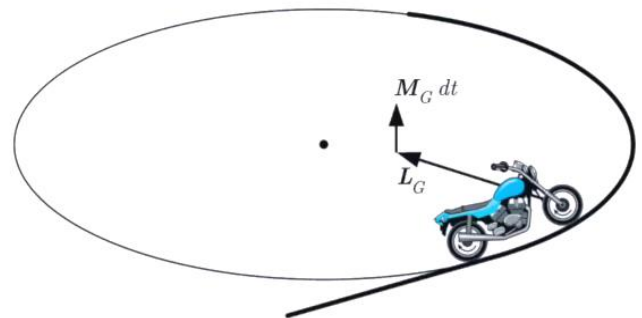
Ces 2 forces, règle de la main droite, correspondent à ce moment  $M_A$ , qui est horizontal. Attention, sur mon dessin, j'ai dessiné les forces que je, si je suis le porteur, que je dois appliquer à la roue. Maintenant comme porteur, la sensation que j'ai, c'est l'inverse, à cause de la troisième loi de Newton. Donc, moi, je ressens quelque chose qui tend à monter, et moi, je dois peser vers le bas, c'est ce que j'ai dessiné ici. Moi, je dessine les forces, ou les moments qui s'exercent sur l'objet en rotation. Voilà.

Notes

Summary



4m 55s



Le moment de force appliqué à la roue avant fait pencher la moto vers l'extérieur du virage.

Mécanique | 2013 13

Je propose maintenant de passer à la roue de vélo, à la roue de moto, pardon, sur un vélo, on sent pas ces effets-là. Il faut avoir un objet qui tourne assez vite. Si vous pensez à la roue avant d'une roue de moto, vous le considérez comme un corps solide indéformable, vous avez une vitesse de rotation dans ce sens-là, correspondant aux règles de la main droite, à un moment cinétique  $L_G$ ,  $G$  étant sur l'axe de la roue; vous avez un  $L_G$  comme dessiné ici. Et maintenant, vous supposez que le conducteur de la moto veut tourner à gauche. Pour tourner à gauche, il va appuyer, par exemple il peut faire ça, il appuie, avec une force  $F$  sur la poignée de droite, en avant, et ceci correspond au moment de force que j'ai dessiné ici. Donc, on a  $M_G dt$ , qui est dirigé vers le haut. Vous, je répète, vous comme conducteur de la moto, vous appuyez avec la main droite, sur le guidon, vous exercez un moment comme ça. Si vous exercez ce moment-là pendant un temps  $dt$  sur cette roue, qu'est-ce qui se passe? Hé bien, son moment cinétique va venir ici, je vais pas le dessiner jusqu'au bout. Ça, ça sera votre  $L_G$ , au temps  $t$  plus  $dt$ . Ça veut dire quoi? Ça veut dire que la moto se penche vers l'extérieur du virage. On avait vu ce phénomène avec le gyroscope lorsque on appuyait sur le cadre sur lequel il était monté.

Notes

Summary

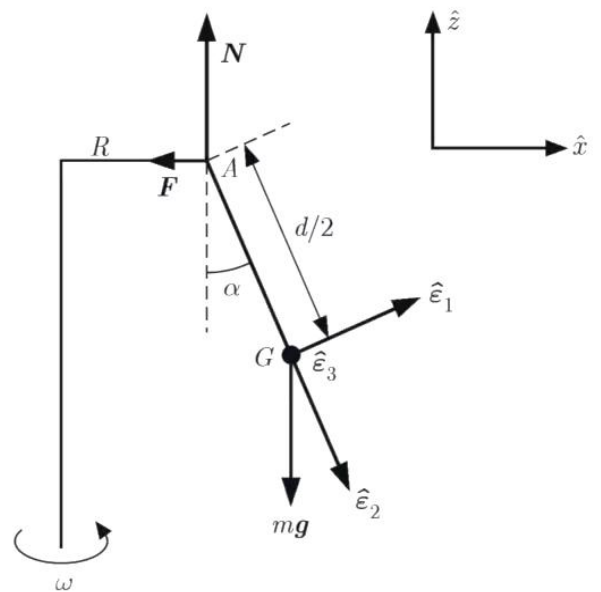
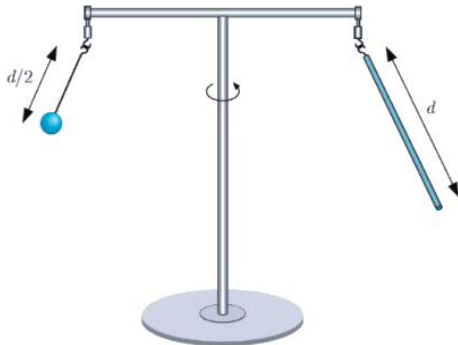


5m 46s



# Pendule en rotation

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{L}_G}{dt} &= \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{L}_G \\ &= \mathbf{M}_G \\ &= \mathbf{GA} \wedge (\mathbf{F} + \mathbf{N})\end{aligned}$$



Mécanique | 2013 16

Je termine maintenant avec l'expérience du pendule en rotation qu'on a pu voir sur les vidéos d'expériences. Vous avez, un cadre ici, qui tourne à une vitesse  $\omega$  constante, et on a d'un côté, à des distances égales de l'axe, d'un côté on a une barre, de longueur  $d$ , de masse  $M$ ; de l'autre côté, à une distance  $d$  sur 2 du point d'accrochage, on a, toute la masse de cette barre, concentrée en, à peu près, un point matériel. Alors, ce qu'on observe, c'est que ces deux objets-là, n'ont pas le même angle d'inclinaison. Cet angle d'inclinaison-là, celui-là, là, n'est pas le même que celui-là. Comment est-ce qu'on arrive à comprendre cela? Alors, on part des principes, je veux regarder, mon théorème du moment cinétique en  $G$ ,  $G$  étant ou bien le centre de masse de la barre, ou bien la position de cette bille, j'ai cette formule générale qu'on a vue à propos des équations de l'aire, parce que ici, j'ai un  $\omega$  qui est constant, qui a des projections constantes, dans un repère d'inertie que je vais définir tout à l'heure. Et ça, théorème du moment cinétique nous dit,  $d$  de  $\mathbf{L}_G$ , doit être égal à  $\mathbf{M}_G$ . Qu'est-ce qui agit sur  $\mathbf{M}_G$ ? Alors, je fais un dessin qui me donne les détails.

Notes

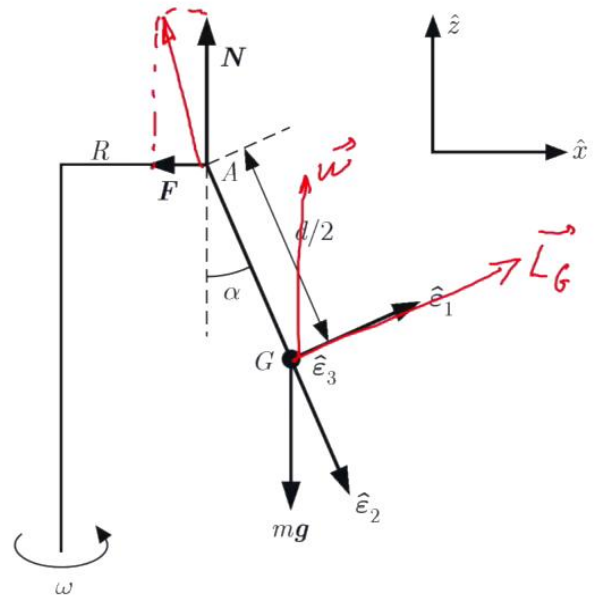
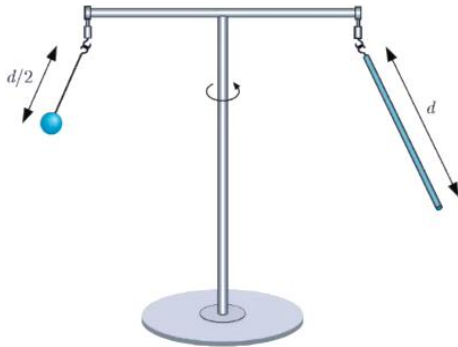
Summary



7m 40s

# Pendule en rotation

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{L}_G}{dt} &= \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{L}_G \neq 0 \\ &= \mathbf{M}_G \\ &= \mathbf{GA} \wedge (\mathbf{F} + \mathbf{N}) \neq 0\end{aligned}$$



Mécanique | 2013 16

Je considère en A ce point d'attache, qui a deux forces, une force horizontale et une force verticale, F et N, c'est les forces que j'ai ici. Je dois calculer le moment des forces extérieures en G, la pesanteur n'intervient pas, puisque je calcule le moment des forces en G, mais j'ai ces deux forces-là, à une distance GA. Donc j'ai un GA, croise F plus N. Maintenant, dans le cas du solide, LG est non nul, et oméga croise LG non plus, pourquoi? Parce que, notre barre, a un moment d'inertie non nul, par rapport à l'axe epsilon 1, et on a donc un LG qui est comme ceci. On va négliger le moment cinétique de la barre le long de cet axe, on va supposer que la barre a un diamètre infiniment petit. Donc, le LG, est dirigé comme ceci, ce LG tourne, le oméga, lui, il est comme ça. Oméga croise LG est non nul, ceci est non nul. Donc, ceci est non nul. Ça veut dire que la somme des forces F plus N, ça c'est F plus N, n'est pas colinéaire avec GA. Donc, voilà le cas du solide, cette barre; si maintenant on considère une bille, qu'on va supposer pouvoir traiter comme un point matériel, que vaut LG?

Notes

Summary



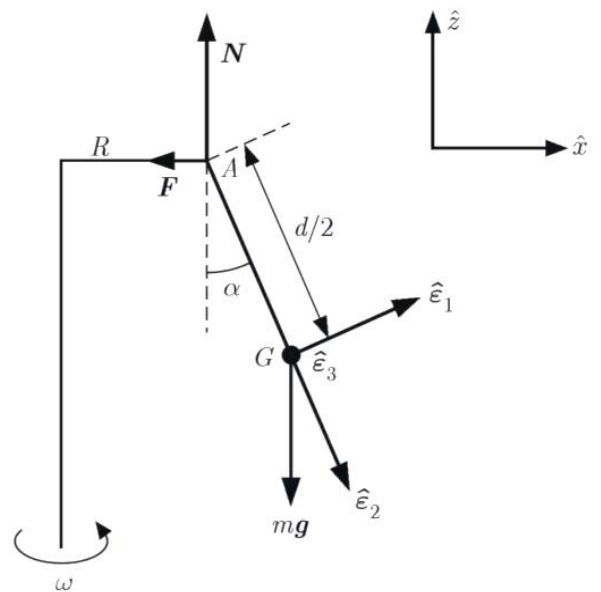
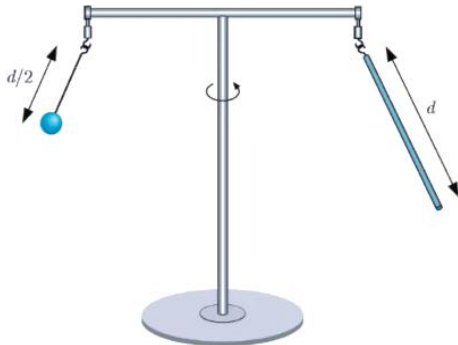
9m 26s



# Pendule en rotation

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{L}_G}{dt} &= \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{L}_G \\ &= \mathbf{M}_G \\ &= \mathbf{GA} \wedge (\mathbf{F} + \mathbf{N})\end{aligned}$$

Pour le solide, la force  
au point d'attache n'est  
pas alignée avec l'objet !



Mécanique | 2013 17

LG, c'est  $iG$  fois  $\omega$ ,  $iG$ , c'est toujours des termes de type somme de masse, fois des distances au carré, mais comme on a des distances nulles, puisque toute la masse est concentrée en G, LG est nul. Dans ce cas-là, LG est nul, ce terme est nul, ceci est nul, ce qui veut dire, F plus N, est parallèle à GA.

Notes

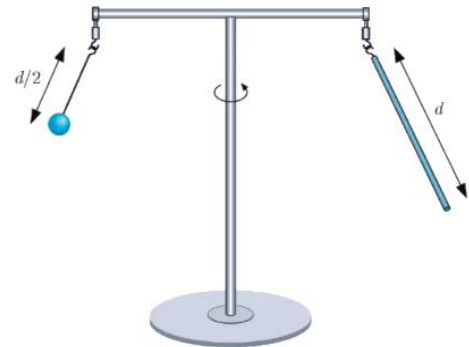
Summary



11m 28s



$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{L}_G}{dt} &= \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{L}_G \\ &= \mathbf{M}_G \\ &= \mathbf{GA} \wedge (\mathbf{F} + \mathbf{N})\end{aligned}$$



Mécanique | 2013 18

J'aime bien ce problème, parce que sur un montage, on a un point matériel et un solide, et on voit que les deux objets n'ont pas la même dynamique. Alors certains peuvent s'en étonner, parce que lorsqu'on commente le théorème du centre de masse, on dit, tout se passe comme si toute la masse du solide était concentrée au centre de masse. C'est pas faux, mais, et je préconise ici, je dis moi aussi qu'on peut appliquer le théorème du centre de masse, mais on doit l'appliquer avec les forces,  $\mathbf{F}$  et  $\mathbf{N}$ , qui sont exercées sur la barre, pas sur le point matériel. Sur le point matériel, les forces  $\mathbf{F}$  et  $\mathbf{N}$ , sont alignées avec le fil. Je viens de montrer que sur la barre, les forces  $\mathbf{F}$  et  $\mathbf{N}$  ne sont pas alignées avec la barre. Donc, les forces de réaction ici, ne sont pas les mêmes, pour le solide et pour le point matériel. Quand on applique le théorème du centre de masse, on doit l'appliquer avec les forces qui s'exercent sur le solide, pas sur le point matériel, en  $G$ . Quelle est la nuance?

Notes

Summary



11m 58s