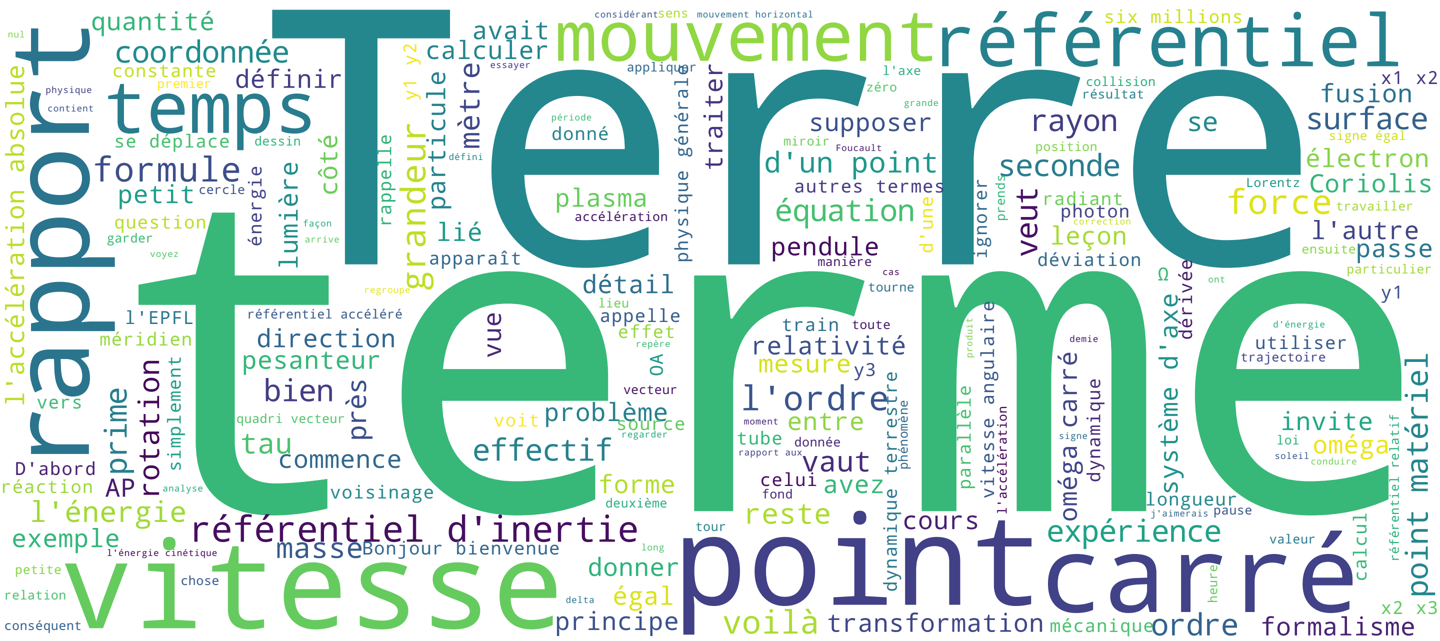
Dynamique terrestre

Mécanique, cours 16.1

Jean-Philippe Ansermet

http://go.epfl.ch/traite-meca-1-16



Search MOOC

Video

EPFL

Bonjour, bienvenue au cours de physique générale de l'EPFL. Dans cette leçon, on va appliquer le formalisme du mouvement relatif et traiter la dynamique d'un point matériel à la surface de la Terre lorsqu'on fait des expériences telles que on ne peut plus ignorer la rotation de la Terre par rapport à un référentiel d'inertie. Alors on va d'abord examiner des ordres de grandeur qui sont déterminants pour ce problème. On va voir qu'on peut définir une pesanteur effective qui tient compte de certains effets de rotation et il nous restera une équation du mouvement pour la dynamique terrestre qu'on va ensuite appliquer dans le prochain module, à quelques exemples.

Notes

Summary

0m 04s

Ordres de grandeur

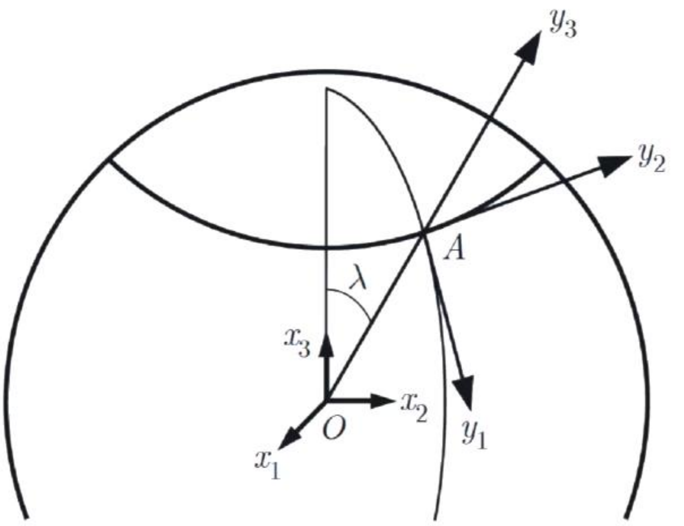
Je commence avec la question des ordres de grandeur. Pourquoi se préoccuper des ordres de grandeur ? Après tout, vous me direz on a des ordinateurs très puissants qui certainement peuvent résoudre le problème d'un point matériel. Et bien, en fait, avant de conduire un calcul numérique il est toujours bon de connaître les propriétés qualitatives d'un système dynamique et pour ce faire, on fait des approximations qui nous permettent de garder des expressions mathématiques relativement simples, dans lesquelles on repère le sens physique des termes. Et une fois qu'on a conduit cette analyse on peut ensuite passer à l'intégration numérique et chercher le détail et la précision nécessaire s'il y a lieu. D'abord la vitesse de la Terre. La vitesse angulaire de la Terre est relativement faible par rapport aux expériences qu'on veut faire. Alors, tout le monde sait que la Terre fait un tour en 24 heures. Je vous invite à faire une pause pour essayer de transformer cette donnée en radiant par seconde. Alors, en radiant par seconde, la vitesse de la Terre, c'est de l'ordre de dix moins quatre radiants par seconde. Maintenant, le rayon de la Terre c'est de l'ordre de six millions de mètres. On va faire des expériences à l'échelle de quelques mètres à quelques dizaines de mètres, et on pourra donc négliger l'extension spatiale de nos expériences par rapport au rayon de la Terre.

Notes

Summary

0m 57s

Référentiels ‘absolu’ et ‘relatif’



$O\,x_1x_2x_3$

Centré sur la Terre mais pointe vers les étoiles.

$A\,y_1y_2y_3$

Centré à la surface et lié à la Terre.

Je commence par définir mes référentiels. D'abord je vais supposer que je peux ignorer le mouvement de la Terre autour du soleil et donc je vais pouvoir prendre un référentiel d'inertie centré sur la Terre mais les directions *x1*, *x2*, *x3* de mon référentiel d'inertie pointent vers des étoiles lointaines. Je vais faire une expériences de mécanique à la surface de la Terre au voisinage d'un point *A*, j'ai dessiné le parallèle en *A* et le méridien en a. Et je vais me donner un système d'axe lié à la Terre qui définit mon référentiel relatif *A y1, y2 et y3*. Je définis la position de a sur la Terre ici avec ce qu'on appelle la colatitude lambda. Donc j'ai *O x1 x2 x3* qui est mon référentiel d'inertie. *A y1 y2 y3*, lié à la Terre, qui est mon référentiel accéléré et je vais maintenant utiliser notre formalisme pour faire la dynamique.

Notes

Summary

2m 44s

Deux forces : pesanteur + autre

$$m\left[\boldsymbol{a}_r(P) + \boldsymbol{a}_a(A) + \boldsymbol{\omega} \wedge (\boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{AP}) + 2\boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{v}_r\right] = m\boldsymbol{g} + \boldsymbol{F}$$

$$\boldsymbol{a}_a(A) = \boldsymbol{\omega} \wedge (\boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{OA})$$

$$m\boldsymbol{a}_r(P) = m\boldsymbol{g} + \boldsymbol{F} - m\boldsymbol{\omega} \wedge \left(\boldsymbol{\omega} \wedge (\boldsymbol{OA} + \boldsymbol{AP})\right) - 2m\boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{v}_r(P)$$

$$|\boldsymbol{OA}| \gg |\boldsymbol{AP}|$$

$$m\boldsymbol{a}_r(P) = m\boldsymbol{g} - m\boldsymbol{\omega} \wedge (\boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{OA}) + \boldsymbol{F} - 2m\boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{v}_r(P)$$

$$\boldsymbol{g}_{eff} = \boldsymbol{g} - \boldsymbol{\omega} \wedge (\boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{OA})$$

On va supposer qu'il y a la force de pesanteur et puis on va mettre, regrouper en un terme tous les autres termes de force. Donc j'ai la pesanteur et les autres termes de force et voilà notre grande formule pour l'accélération absolue donc l'accélération mesurée par rapport au référentiel d'inertie. On a en particulier ce terme-là qui apparaît. Alors vu du référentiel d'inertie, le point *A*... qui est lié à la surface de la Terre, a une trajectoire en cercle. C'est un mouvement circulaire de vitesse oméga et donc l'accélération absolue du point *A*, je peux l'écrire de cette manière-là. Si je regroupe les termes, j'ai maintenant ici ces deux termes, l'un à côté de l'autre et comme on va faire des expériences au voisinage du point, le point p c'est notre point matériel, *AP* reste au voisinage de *A* et certainement le vecteur *AP* est beaucoup beaucoup plus petit que *OA* qui vaut en module six millions de mètres. Donc je vais négliger ce terme-là. Alors, il me reste une équation du mouvement avec ces termes-là, qui sont des termes constants et au fond, je peux les traiter en considérant tous ces termes-là comme une masse fois un *g* effectif, comme ceci, avec un *g* effectif, qui est le *g* corrigé par ce terme de rotation.

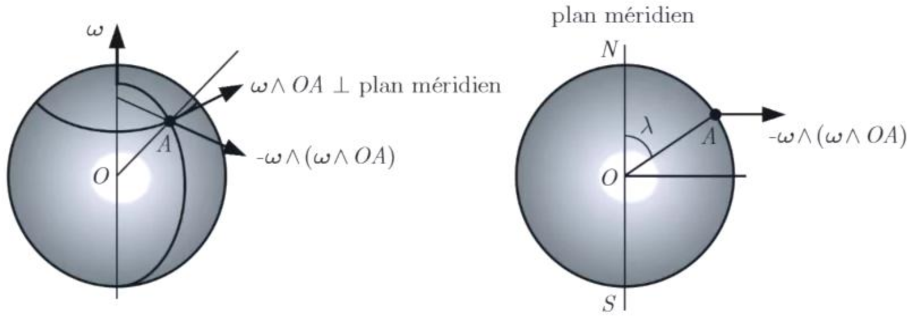
Notes

Summary

4m 02s

Pesanteur effective

$$\boldsymbol{g}_{eff} = \boldsymbol{g} - \boldsymbol{\omega} \wedge (\boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{OA})$$



$$\omega^2 r = 0.03\, ms^{-2} \qquad \frac{\omega^2 r}{g} = 0.3\ \% \qquad \boldsymbol{g}_{eff} \approx \boldsymbol{g}$$

Regardons maintenant ce terme plus en détail. Je répète la formule pour le *g* effectif, si je prends un dessin de la Terre vue de loin, voilà mon point *A*. Ce terme est un terme centrifuge puisque je l'ai passé de l’autre côté du signe égal, donc le voilà. Ou si on regarde d'un point de vue... de l'axe perpendiculaire au méridien, où se trouve a, on a ce terme d'accélération qui est comme ceci. Maintenant, ce qui va me préoccuper, c'est l'ordre de grandeur de ce terme par à *g*, je rappelle *g* vertical à la surface de la Terre, ça veut dire radial. Voilà, ça c'est mon *g*. Alors on aimerait savoir quel est l'ordre de grandeur de ce terme-là, par rapport à *g*. Alors l'ordre de grandeur est donné par oméga carré fois *OA*. Alors oméga carré fois le rayon de la Terre ça fait à peu près 0,03 mètres par seconde au carré, alors que *g* vaut dix, environ, dix mètres par seconde au carré. Donc cette correction ici, que j'ai introduite, elle est de l'ordre de 0.3%. Dans ce qui suit, je vais faire l'approximation que notre *g* effectif c'est à peu près *g*. Vous pourriez alternativement dire : je vais travailler avec un système d'axe qui est, avec l'axe *z*, parallèle au *g* effectif, ça reviendrait à peu près au même du point de vue des calculs.

Notes

Summary

5m 52s

Equation du mouvement

$$\boldsymbol{a}_r(P) = \boldsymbol{g} + \frac{\boldsymbol{F}}{m} - 2\boldsymbol{\omega} \wedge \boldsymbol{v}_r(P)$$

Mécanique | 2013 28

Par conséquent, notre équation du mouvement pour la dynamique terrestre à la surface de la Terre, contient ce terme de pesanteur. Toutes les autres forces sont ici. On a le terme de Coriolis. Ceci contient les termes d'accélérations centrifuges et donc, on a simplement une équation de cette forme-là. Et dans le module suivant, je vous invite à regarder l'application pour un mouvement vertical et un mouvement horizontal.

Notes

Summary

7m 40s