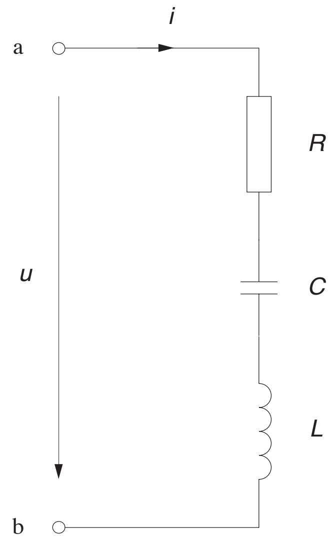
Régime alternatif – Circuit RLC – Corrigé Exercice 1

Le schéma électrique donné était le suivant $\mapsto$



La tension instantanée s'écrit :

$$u = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos(\omega t + \alpha)$$

sachant que : $\omega = 2\pi f$

avec :

U : valeur efficace de la tension
$U = 100 \text{ V}$, $\hat{U} = \sqrt{2} \cdot U$

ω : pulsation électrique [rad/s]

α : déphasage initial [rad]

f : fréquence [Hz]

1°) $f = f_1 = 1 \text{ kHz}$ 2°) $f = f_2 = 2 \text{ kHz}$

et les notations complexes correspondantes :

- tension complexe instantanée :
  $\underline{u} = \sqrt{2} \cdot U \cdot e^{j(\omega t + \alpha)}$ avec : $u = \text{Re}(\underline{u})$
- phaseur complexe :
  $\underline{U} = U \cdot e^{j\alpha}$ posons : $\alpha = 0$

de même pour le courant i :

- courant instantané :
  $i = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t + \beta)$
- courant complexe instantané :
  $\underline{i} = \sqrt{2} \cdot I \cdot e^{j(\omega t + \beta)}$
- phaseur complexe :
  $\underline{I} = I \cdot e^{j\beta}$

Dans notre cas, on cherche à déterminer I et β.

La relation entre $\underline{U}$ et $\underline{I}$ est imposée par l'impédance équivalente du circuit, désignée par $\underline{Z}$:

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \qquad \text{où :} \qquad \underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$$

avec : $Z = |\underline{Z}| = \dfrac{U}{I}$ et $\varphi = \alpha - \beta$ étant le déphasage entre u et i.

L'impédance en question s'obtient en mettant en série les impédances correspondant aux éléments R, L et C :

$$\underline{Z} = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

d'où :

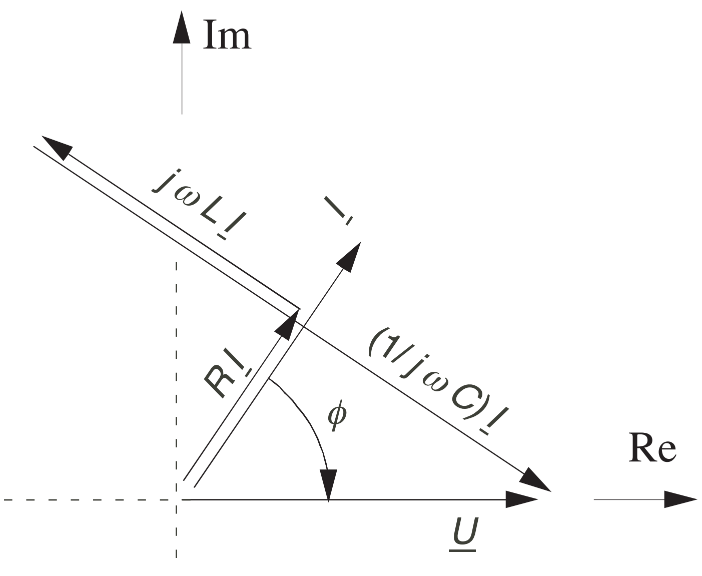
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad \text{et} \qquad \varphi = \arctan\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega RC}\right)$$

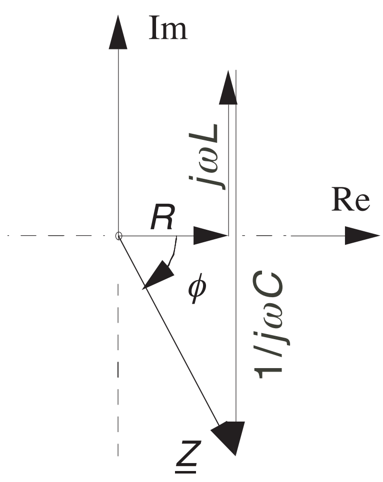
et finalement :

$$I = \frac{U}{Z} \qquad \text{et} \qquad \beta = \alpha - \varphi = -\varphi$$

et donc :

$$\sin\varphi = \sin(-\beta) \qquad \text{et} \qquad \cos\varphi = \cos(-\beta)$$





<u>Application numérique</u> :

1°) $f = 1$ kHz (illustration de gauche, impédance équivalente)

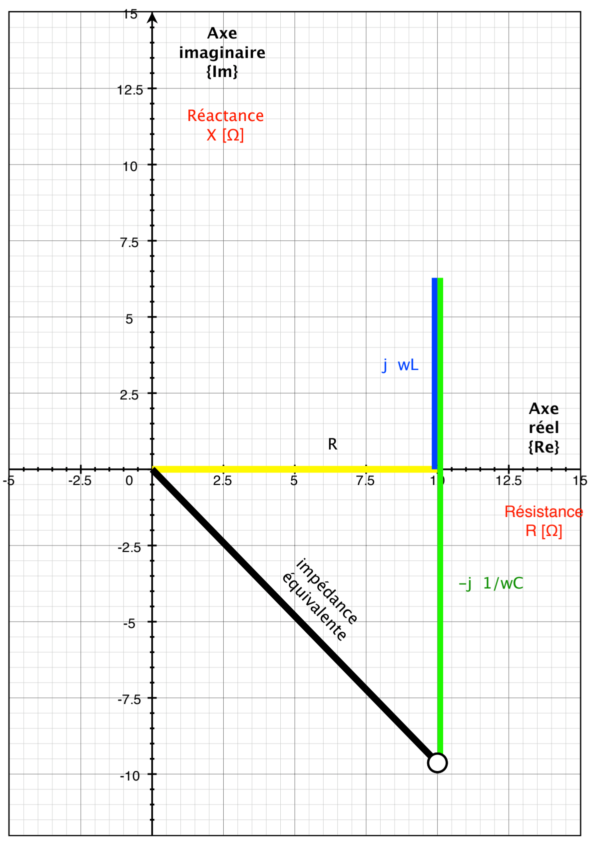
$I = 7.2$ A $\varphi = -43.9°$ $\cos\varphi = 0.723$ $\sin\varphi = -0.693$

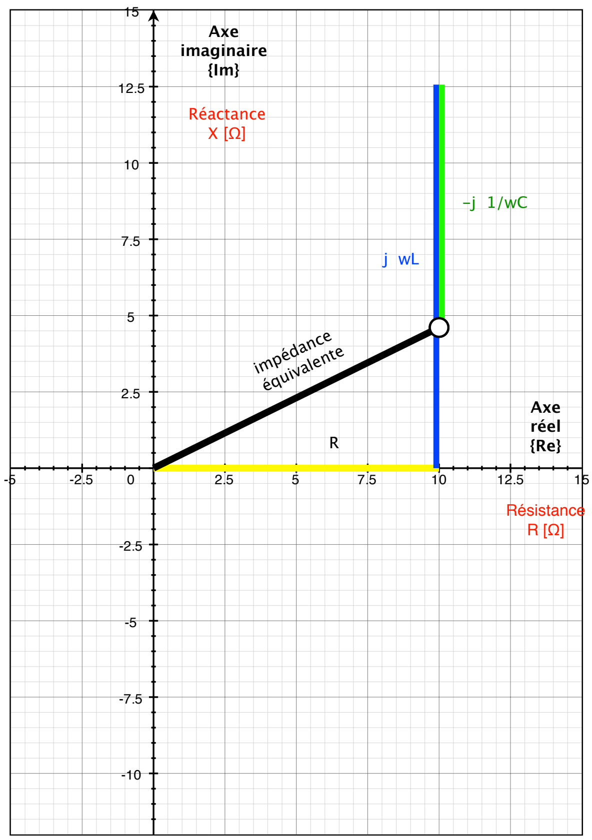
Comme $\omega L < \dfrac{1}{\omega C}$, à cette fréquence, l'impédance équivalente est de nature capacitive.

2°) $f = 2$ kHz (illustration de droite, impédance équivalente)

$I = 9.08$ A $\varphi = +24.74°$ $\cos\varphi = 0.908$ $\sin\varphi = 0.418$

Comme $\omega L > \dfrac{1}{\omega C}$, à cette fréquence, l'impédance équivalente est de nature inductive.





<u>Remarque</u> :

Lorsque $\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$, donc que $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$, on réalise la condition de **résonance**. L'impédance équivalente vue par la source u est alors purement réelle : le courant qui la traverse est en phase avec la tension et il a son amplitude maximale ($I = \dfrac{U}{Z}$).