Système triphasé asymétrique – Exercice 1 - Corrigé

Système triphasé dissymétrique en étoile, neutre non relié.

Donnée : $U_1 = 380 \text{ V}$ et $R = \omega L = \dfrac{1}{\omega C} = 10\,\Omega$

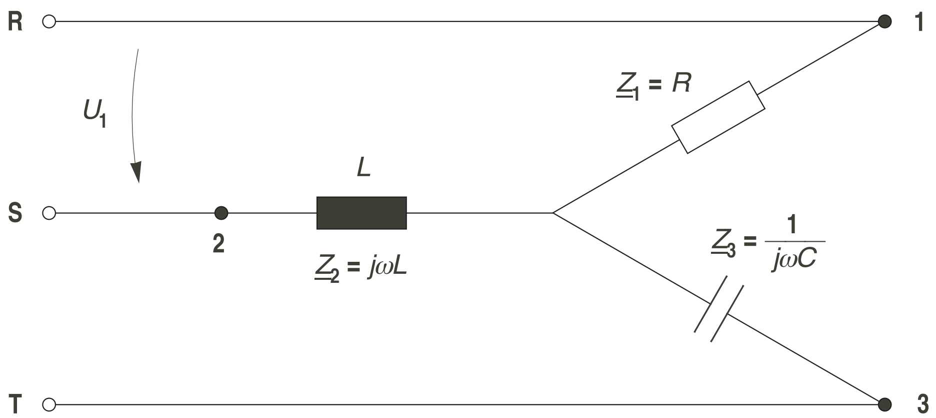
<u>A déterminer</u> : les 3 courants de ligne. Remarquons que la charge n'étant pas symétrique, le point milieu de l'étoile ne correspond pas au point neutre et que donc les tensions aux bornes de $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ et $\underline{Z}_3$ ne sont pas égales à la tension de phase du réseau.

Cet exercice est résolu en utilisant le principe des tripôles équivalents :

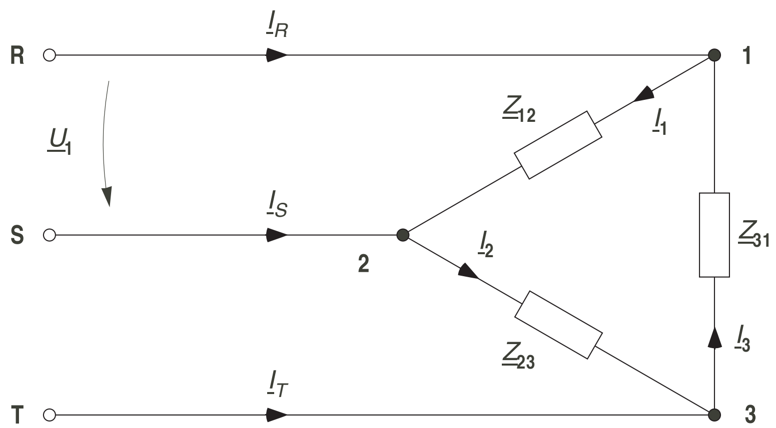
- on remplace la charge en étoile par une charge équivalente en triangle;
- on détermine : courants de phase ($\underline{I}_1 = \dfrac{\underline{U}_{RS}}{\underline{Z}_{12}}$, ...) et : courants de ligne ($\underline{I}_R = \underline{I}_1 - \underline{I}_3$, ...).

Conversion étoile-triangle

En effet, on a :



$\longmapsto$



La charge équivalente en triangle a les impédances suivantes : $\underline{Z}_{12} = \dfrac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_1}{\underline{Z}_3}$

avec : $\underline{Z}_1 = R = 10\ \Omega$; $\underline{Z}_2 = \mathrm{j}\omega L = \mathrm{j}10\ \Omega$; $\underline{Z}_3 = \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C} = -\,\mathrm{j}10\ \Omega$.

D'où $\underline{Z}_{12} = \mathrm{j}10\ \Omega$. De même, on a :

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_1}{\underline{Z}_1} = 10\,\Omega \qquad \text{et} \qquad \underline{Z}_{31} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = -\,\mathrm{j}10\ \Omega$$

En posant $\alpha = 0$ et $U = 220$ V, les tensions de ligne valent :

$$\underline{U}_{RS} = \sqrt{3}\,U\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)} = U_1\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)}$$

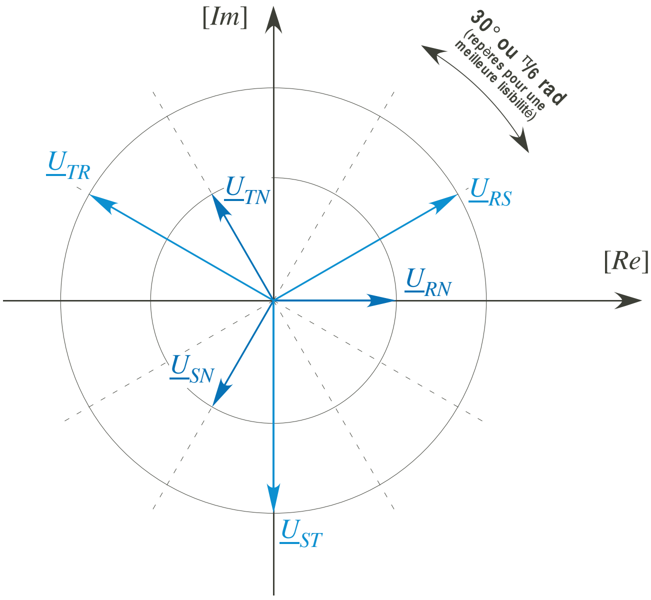
$$\underline{U}_{RS} = 380\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}\ \mathrm{V}$$

$$\underline{U}_{ST} = \sqrt{3}\,U\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)} = U_1\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\underline{U}_{ST} = 380\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{2}}\ \mathrm{V}$$

$$\underline{U}_{TR} = \sqrt{3}\,U\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\alpha - \frac{7\pi}{6}\right)} = U_1\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\alpha - \frac{7\pi}{6}\right)}$$

$$\underline{U}_{TR} = 380\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{7\pi}{6}}\ \mathrm{V}$$



Les courants de phase sont alors donnés par :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{RS}}{\underline{Z}_{12}} = \frac{380\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}}{10\,\mathrm{j}}$$

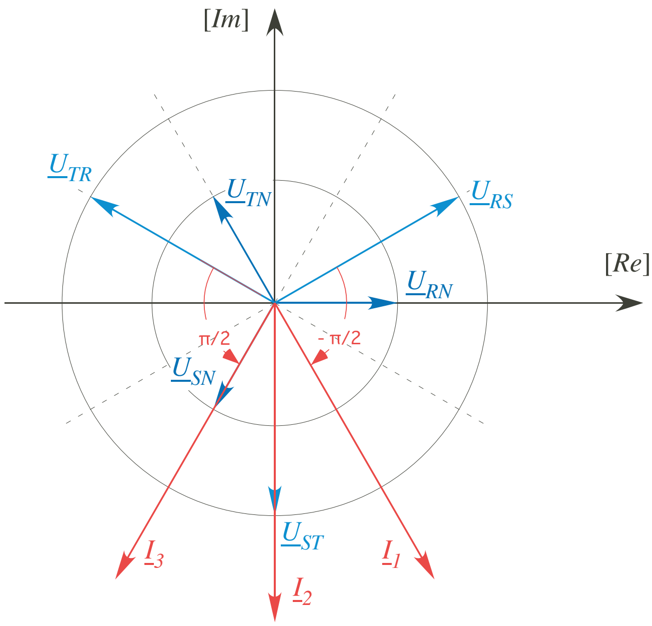
$$\underline{I}_1 = -\,\mathrm{j}\cdot 38\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}\ \mathrm{A}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{ST}}{\underline{Z}_{23}} = \frac{380\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{2}}}{10}$$

$$\underline{I}_2 = 38\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{2}}\ \mathrm{A}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{TR}}{\underline{Z}_{31}} = \frac{380\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{7\pi}{6}}}{-10\,\mathrm{j}}$$

$$\underline{I}_3 = \mathrm{j}\cdot 38\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{7\pi}{6}}\ \mathrm{A}$$



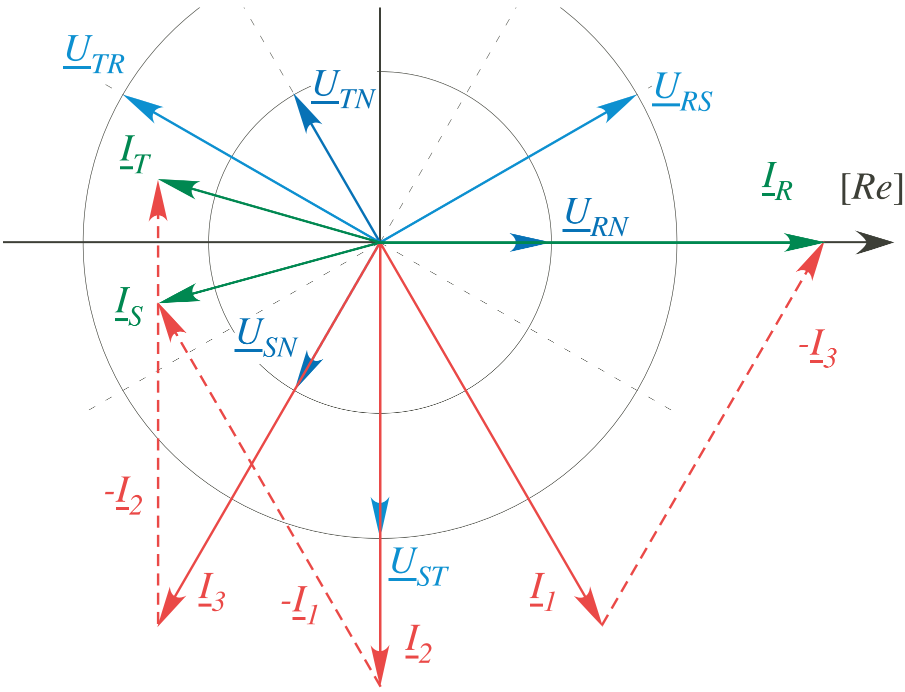
Remarque : Tensions et courants ne sont pas représentés à la même échelle.

Les courants de ligne valent ainsi :

$$\underline{I}_R = \underline{I}_1 - \underline{I}_3 = \mathrm{j}\cdot 38\left(-\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{7\pi}{6}} \right) = 38\ \mathrm{A}$$

$$\underline{I}_S = \underline{I}_2 - \underline{I}_1 = 38\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{2}} + \mathrm{j}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}} \right) = 38\left[-\frac{1}{2} + \mathrm{j}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) \right] = -19 - \mathrm{j}\cdot 5.091 = 19.67\cdot e^{-\mathrm{j}2.88}\ \mathrm{A}$$

$$\underline{I}_T = \underline{I}_3 - \underline{I}_2 = \mathrm{j}\cdot 38\left(\mathrm{j}\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{7\pi}{2}} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{2}} \right) = 38\left[-\frac{1}{2} - \mathrm{j}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) \right] = -19 + \mathrm{j}\cdot 5.091 = 19.67\cdot e^{\mathrm{j}2.88}\ \mathrm{A}$$



On peut vérifier que : $\underline{I}_R + \underline{I}_S + \underline{I}_T = 0$