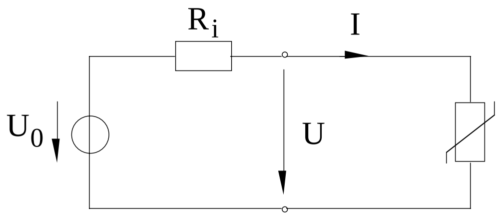
Loi d'Ohm - Corrigé exercice

Le schéma électrique pour le problème considéré est le suivant :



La chute de potentiel U entre les bornes de la résistance non-linéaire est donnée par la loi:

$$U = K \cdot \sqrt{|I|}$$

où K est le paramètre qui caractérise l'élément non-linéaire.

<u>Remarque</u> : Une résistance variable est un élément dont on peut modifier la valeur de façon indépendante (p. ex. à la main), alors qu'une résistance non-linéaire est un élément dont la valeur de résistance dépend du courant qui le traverse (p. ex. une ampoule). Symboliquement, on représente ces éléments de la façon suivante :

Dans le plan (U;I), la loi de la résistance non-linéaire est représentée par une parabole renversée, comme l'indique la figure de la page suivante.

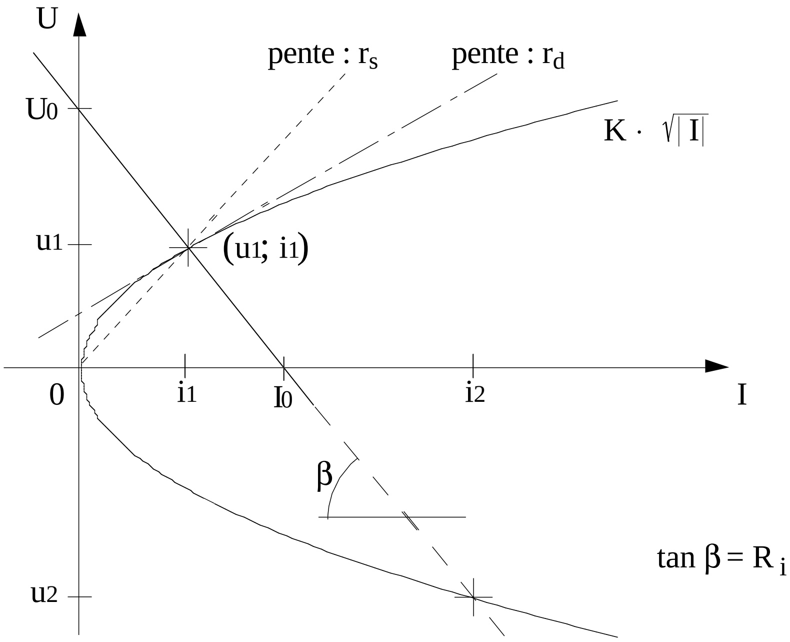
Son intersection avec la caractéristique de la source réelle de tension permet la détermination graphique du point de fonctionnement (u_1; i_1).

La pente de la caractéristique $K \cdot \sqrt{|I|}$ au point de fonctionnement est appelée "résistance dynamique" et est notée "r_d".

$$r_d = \lim_{\Delta i \to 0} \left(\frac{\Delta u}{\Delta i} \right) = \frac{d\,u}{d\,i}$$

Elle permet de déterminer la variation de tension aux bornes de l'élément non-linéaire lorsqu'on impose une variation de courant dans cet élément, ou inversement.

La pente de la droite qui relie l'origine au point de fonctionnement est appelée "résistance statique" et est notée "r_s". Elle permet de déterminer la valeur de la résistance de l'élément non-linéaire pour le point de fonctionnement considéré et les pertes Joule correspondantes.



On détermine maintenant le point de fonctionnement analytiquement :

$U = U_0 - R_i \cdot I$ U et $I \geq 0$ (1)

$U = K \cdot \sqrt{|I|}$ $K = 14 \ \mathrm{V}/\sqrt{\mathrm{A}}$ (2)

(1) et (2) donnent:

$$R_i^2 \cdot I^2 - \left(2U_0 \cdot R_i + K^2\right) \cdot I + U_0^2 = 0$$

d'où:

$$i_{1,2} = \frac{2U_0 \cdot R_i + K^2 \pm K \cdot \sqrt{4U_0 \cdot R_i + K^2}}{2 \cdot R_i^2}$$

et :

$$u_{1,2} = U_0 - R_i \cdot i_{1,2}$$

On ne garde que la solution correspondant à un courant inférieur au courant de court-circuit de la source réelle de tension.

$$i_1 = \frac{2 \cdot 10 \cdot 100 + 14^2 - 14 \cdot \sqrt{4 \cdot 10 \cdot 100 + 14^2}}{2 \cdot 100^2}$$

$i_1 = 64{,}45 \text{ mA} < I_0 = 100 \text{ mA}$: I_0 étant le courant de court-circuit.

$u_1 = 10 - 100 \cdot 64{,}45 \cdot 10^{-3} = 3{,}56$ V.

La résistance statique vaut :

$$r_s\Big|_{(u_1;i_1)} = \frac{u_1}{i_1} \quad , \qquad r_s = \frac{3.56}{64{,}45 \cdot 10^{-3}} = 55{,}16 \ \Omega$$

La résistance différentielle vaut :

$$r_d\Big|_{(u_1;i_1)} = \frac{d\,u}{d\,i} = \frac{1}{2} \cdot \frac{K}{\sqrt{|i_1|}} \quad , \qquad r_d = \frac{1}{2} \cdot \frac{14}{\sqrt{64{,}45 \cdot 10^{-3}}} = 27{,}57 \ \Omega$$