# Série 7

La théorie de Landau permet de comprendre le comportement d'un système près du point critique en faisant un développement limité de l'énergie libre en fonction du paramètre d'ordre.

Soit la fonction de Landau:

$$F(m) = \frac{a}{2}m^2 + \frac{b}{4}m^4 + \frac{c}{6}m^6$$

d'un système invariant par symétrie globale ($m \leftrightarrow -m$) avec $c > 0$ et $a$ et $b$ dépendant des paramètres externes du système (par exemple $a = a(T,P), b = b(T,P)$).

a) Etudier le comportement de $F$ en fonction de $a$ et de $b$, en particulier trouver les minimas.

b) Etablir un diagramme de phase ainsi que l'ordre des transitions.

c) On définit un point tri-critique comme le lieu de rencontre d'une ligne de transition du premier ordre avec une ligne de transition du deuxième ordre. Trouver les exposants critiques $\beta$ et $\gamma$ proche du point tri-critique.

   Pour ceci on fait l'ansatz $a = At$ avec $t = \left(\frac{T}{T_C} - 1\right)$ et $A > 0$ (cf. série 6). De plus on s'approche du point critique de manière à ce que $b = 0$ et $c$ ne s'annule pas proche du point critique. Pour évaluer les expressions ci-dessous, faire apparaître un terme $-mh$ dans l'expression de l'énergie libre et ensuite prendre $h \to 0$.

On rappelle que:

$$m \sim |t|^{\beta}, \qquad \text{si} \quad t < 0 \tag{1}$$

$$\chi = \frac{\partial m}{\partial h} \sim t^{-\gamma} \tag{2}$$